

# 标签箱粒子概率假设密度群目标跟踪算法

程 轩, 宋骊平, 姬红兵, 邹志彬

(西安电子科技大学工程学院, 陕西 西安 710071)

**摘 要:** 针对现有的箱粒子概率假设密度(probability hypothesis density, PHD)群目标跟踪算法计算量大、在群数目较多时状态提取不稳定以及无法获得群的航迹等问题, 提出标签箱粒子 PHD 群目标跟踪算法。该算法首先对量测进行预处理, 剔除其中的杂波量测, 以降低量测更新的计算量。然后, 通过为箱粒子添加标签, 区分不同的群目标, 获得不同群的航迹。最后, 依据不同标签提取群目标的状态, 有效避免  $k$ -means 聚类不稳定带来的影响。仿真实验表明, 所提算法具有运算量小, 在漏检环境下仍能很好地维持不同群的航迹, 并在群数目较多时可准确提取群目标状态等优点。

**关键词:** 群目标跟踪; 概率假设密度滤波; 箱粒子滤波; 标签; 航迹

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2019.08.01

## Group target tracking algorithm based on labeled box particle probability hypothesis density

CHENG Xuan, SONG Liping, JI Hongbing, ZOU Zhibin

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Aiming at the problems of the existing box particle probability hypothesis density (PHD) based group target tracking algorithm such as a heavy computational burden, poor stability of the extracting state with a large number of clusters and unavailability of group trajectories, a labeled box particle PHD group tracking algorithm is proposed. First, the measurements are preprocessed to eliminate the clutter measurements, so as to reduce the computational burden of the measurement updating step. Then, by adding labels to the box particles, different group targets are distinguished, and the trajectories of different group targets can be obtained. Finally, the states of group targets are extracted according to different labels and the impact of  $k$ -means clustering instability are effectively avoided. Simulation experiments illustrate the advantages of the proposed algorithm in terms of light computational burden, track maintenance of different groups under the environment of miss detection, and accurate extraction of the group target state in the case of a large number of clusters.

**Keywords:** group target tracking; probability hypothesis density (PHD) filtering; box particle filtering; label; trajectory

## 0 引 言

近年来,战场环境的日益复杂化,对群目标跟踪算法的研究产生了紧迫的现实需求,尤其是对像无人机集群、航空母舰战斗群以及弹道导弹群目标等具有重要战略价值的群目标跟踪算法的研究。群目标由一组具有相似运动特性且空间距离较近的目标组成<sup>[1]</sup>。与传统点目标不同的是,群目标打破了目标与量测之间一一对应的关系,即使群内每个目标仅产生一个量测,一个群整体也将产生多个量测<sup>[2]</sup>,需要针对群目标的特点建立不同的模型。

文献[3]提出高斯混合概率假设密度(Gaussian mixture probability hypothesis density, GM-PHD)群目标跟踪算法,可在线性高斯条件下实现对群目标的跟踪。文献[4]针对群目标运动的特点,提出演化网络模型,可以很好地描述群结构的动态演化特性。文献[5]在文献[4]的基础上,采用箱粒子滤波<sup>[6]</sup>对群目标进行滤波处理,降低了算法的运算量。文献[7]采用有向图对群结构进行建模,并使用广义标签多伯努利(generalized label multi-Bernoulli, GLMB)滤波<sup>[8-9]</sup>算法估计群目标运动状态,可在获得群内单个目标状态估计的基础上进一步获得群整体的状态估计。文献[10]

收稿日期:2018-11-12; 修回日期:2019-02-01; 网络优先出版日期:2019-02-19。

网络优先出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20190219.1002.005.html>

基金项目:国家自然科学基金(61372003,61871301)资助课题

提出基于演化网络模型<sup>[4]</sup>的箱粒子 PHD(box particle PHD, BP-PHD)群目标跟踪算法,相比于传统的粒子 PHD(sequential Monte Carlo PHD, SMC-PHD)群目标跟踪算法,大幅降低了算法的运算量。文献[11]在文献[10]所提算法的基础上,通过给箱粒子添加标签的方式,获得了群内单个目标和群整体的航迹信息,同时也避免了  $k$ -means 聚类不稳定所带来的影响,提高了算法的估计精度。

然而,上述群目标跟踪算法,仅适用于群内目标可以分辨的情况,而无法处理群内目标不可分辨的情况。当群内目标不可分辨时,可考虑直接对群整体进行跟踪,这与扩展目标跟踪算法类似。文献[2]提出随机矩阵(random matrices, RM)模型来刻画扩展目标和群目标的外形信息,并给出了严格的贝叶斯递推方法。针对部分可分辨群目标跟踪问题,文献[12]提出 SMC-PHD 滤波算法,在非线性条件下实现了对群质心及其扩散形态的跟踪。文献[13]提出基于椭圆随机超曲面模型(random hypersurface model, RHM)<sup>[14]</sup>的 GM-PHD(RHM-GMPHD)群目标跟踪算法,使用椭圆 RHM 对群目标量测源进行建模,可准确估计出群整体的状态。但这些算法均不能区分不同的群,无法形成不同群的航迹。文献[15]提出基于箱粒子的多扩展目标 BP-PHD 滤波算法,该算法适用于非线性非高斯环境,具有较强的抗杂波性能。文献[15]所提算法的思想也可用于解决不可分辨群目标跟踪问题,但在解决不可分辨群目标跟踪问题时,存在 3 个问题:一是在杂波强度较高时,大量无用量测参与量测更新,导致算法运算量较大;二是不能区分不同的群目标,无法获得群目标的航迹信息;三是群目标状态的提取严重依赖于  $k$ -means 聚类的稳定性,当群数目较多时,聚类稳定性严重下降,极易陷入局部最优,难以获得准确的群目标状态估计。

针对上述 BP-PHD 不可分辨群目标跟踪算法存在的问题,提出标签箱粒子 PHD(labeled box particle PHD, LBP-PHD)群目标跟踪算法,主要创新点在于:

- (1) 将群目标划分为可分辨群目标和不可分辨群目标两类,并针对不可分辨群目标的特点,提出了相应的量测箱粒子模型。
- (2) 提出基于双标签模型的标签箱粒子滤波算法,并用之实现 PHD 滤波器,以便区分不同的群目标,并维持不同群的航迹。
- (3) 在所建量测箱粒子模型下,提出了针对不可分辨群目标跟踪问题的 LBP-PHD 滤波算法,并给出了算法的具体流程。

## 1 群目标分类与群目标系统模型

### 1.1 群目标分类

文献[1]将群目标分为小群目标和大群目标,其依据是群内目标数的多少。小群目标主要考察群内目标相互协作运动的方式,而大群目标则重点研究对群整体的跟踪。文献[16]给出了另一种更为严谨的群目标分类方式,依据雷

达分辨率的高低,将群目标分为可分辨群目标、部分可分辨群目标和不可分辨群目标 3 类。考虑后续对群目标的滤波处理方法,将群目标进一步归纳为可分辨群目标和不可分辨群目标两类。当群内个体目标产生的量测信息落入雷达传感器不同的距离分辨单元时,如图 1 所示,称该群目标为可分辨群目标;而当群内个体目标产生的量测信息部分或全部位于雷达传感器的同一距离分辨单元时,则将该群目标称为不可分辨群目标,如图 2 所示。

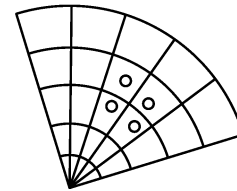
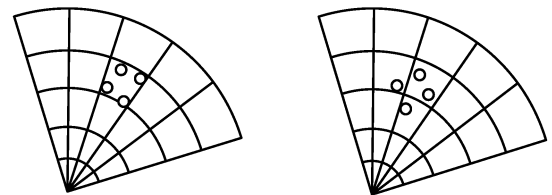


图 1 可分辨群目标

Fig. 1 Resolvable group target



(a) 完全不可分辨群目标 (a) Absolutely unresolvable group target (b) 部分可分辨群目标 (b) Partly resolvable group target

图 2 不可分辨群目标

Fig. 2 Unresolvable group target

划分的不可分辨群目标包括完全不可分辨群目标和部分可分辨群目标两种情况,分别如图 2(a)和图 2(b)所示。当前国内外对于这两种群目标的跟踪方法是类似的,由于群内个体目标不能被完全分辨,因此均采用直接对群整体进行跟踪的方法。所提算法也类似,直接对群整体进行跟踪,对于这两种情况的处理完全相同,因此,将这两种情况归为一类,统称为不可分辨群目标。

### 1.2 群目标系统模型

针对不可分辨群目标跟踪问题,采用 LBP-PHD 滤波算法对群目标进行滤波处理。假定不同群目标间的运动相互独立,并用  $x_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^T$  表示群目标状态向量。式中,  $(x_k, y_k)$  为群目标位置向量;  $(\dot{x}_k, \dot{y}_k)$  为群目标速度向量,用  $z_k$  表示  $k$  时刻获得的量测,则群目标状态方程和量测方程可分别建模为

$$[x_{k|k-1}] = F[x_{k-1}] + G[w_{k-1}] \quad (1)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2)$$

$$[x_{k|k-1}] = [[x_{k|k-1}], [\dot{x}_{k|k-1}], [y_{k|k-1}], [\dot{y}_{k|k-1}]]^T \quad (3)$$

$$z_k = [x_k, y_k]^T \quad (4)$$

$$[zp_k] = [[xp_k], [yp_k]]^T \quad (5)$$

式中,  $F$  表示群目标状态转移矩阵;  $w_{k-1}$  表示过程噪声,服从均值为零的高斯分布,其协方差矩阵为  $Q_{k-1}$ ;  $H$  表示量测矩阵;  $v_k$  为量测噪声,是一个零均值高斯白噪声,其协方差

矩阵为  $R_k$ ;  $[x_{k|k-1}]$  表示预测箱粒子;  $[z p_k]$  表示生成的量测包含箱。

记  $k$  时刻传感器所获得的量测集合为  $Z_k$ , 由于每个群所获得的量测个数不止一个, 因此需先对  $Z_k$  进行量测划分, 然后使用包含函数将各划分单元包含成箱  $[z p_k]$ , 以便参与后续量测更新中似然函数的计算。针对复杂环境, 群目标的量测箱粒子模型如图 3 所示。

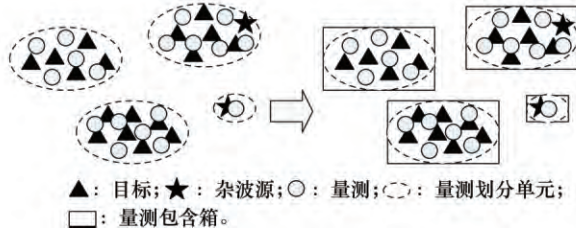


图 3 群目标量测箱粒子模型

Fig. 3 Measurement box particle model for group targets

图 3 中, 箭头左侧有 3 个群和 2 个杂波, 共形成 4 个量测划分单元, 用椭圆形的虚线表示。其中, 一个杂波单独成为一个量测划分单元, 另一个落入了群目标的量测划分单元中。量测由群内个体目标和杂波源共同产生, 每个量测划分单元中的量测数目可能等于群内目标数, 可能因混入杂波量测而大于群内目标数, 也可能因群内目标过于密集导致相互遮挡等原因而小于目标数, 即每个时刻各群目标所获得的量测数目是随时间变化的, 本文将群目标所获得的量测数目建模为泊松分布。图 3 箭头的右侧给出了群目标量测箱粒子模型示意图, 即通过包含函数将各量测划分单元用一个规则的矩形区域包含起来形成的量测包含箱。这样, 4 个量测划分单元就形成了 4 个量测箱粒子。

## 2 箱粒子滤波与标签箱粒子滤波

箱粒子滤波是粒子滤波与区间分析结合形成的非线性滤波算法<sup>[6]</sup>。它不仅适用于非线性非高斯条件, 而且在保证滤波效果的同时拥有比粒子滤波更高的运算效率, 是一种应用前景良好的滤波算法<sup>[17-18]</sup>。但是, 在使用箱粒子实现 PHD 滤波器时, 只能估计出不同目标的状态集合, 而无法区分出不同目标, 因此不能形成目标航迹。针对这一问题, 采用标签箱粒子实现 PHD 滤波器, 提出 LBP-PHD 群目标跟踪算法。

在传统的 BP-PHD 群目标跟踪算法中, 每个箱粒子都是由两部分组成的, 箱粒子自身的状态  $[x_{k,i}]$  及其对应的权值  $w_{k,i}$ 。此处给每个箱粒子再增加一个额外的标签矢量  $l_{k,i} = (l_{k,i}^{(1)}, l_{k,i}^{(2)})$ , 式中包含两个标签变量  $l_{k,i}^{(1)}$  和  $l_{k,i}^{(2)}$ 。 $l_{k,i}^{(1)}$  用于表示该箱粒子所属的目标, 其取值范围是  $0, 1, \dots, N$ , 其中,  $N$  为监控区域中出现的目标总数。若  $l_{k,i}^{(1)} = 1$ , 则表示该箱粒子采样自第一个目标, 若  $l_{k,i}^{(1)} = 0$ , 则表示该箱粒子来源暂定, 有待于进一步处理。 $l_{k,i}^{(2)}$  是用于指示目标是否消亡的标签变量, 其取值范围是  $0, 1, \dots, \chi$ , 其中,  $\chi$  是人为设定的上限

参数, 当某个目标连续  $\chi$  个时刻未被检测到时, 认为该目标消亡。像这样, 既包含目标状态矢量和重要性权值, 同时又包含标签的箱粒子即为标签箱粒子, 可表示为  $\{[x_{k,i}], w_{k,i}, l_{k,i}\}_{i=1}^{N_k}$ , 其中,  $N_k$  表示  $k$  时刻用于拟合群目标强度的标签箱粒子的个数。

与文献[11]不同, 本文给出的是一种双标签模型, 即给每个箱粒子引入了两个标签变量  $l_{k,i}^{(1)}$  和  $l_{k,i}^{(2)}$ , 且它们的取值是相互独立的。标签  $l_{k,i}^{(2)}$  的引入主要用于解决漏检情况下群目标的航迹关联错误问题。需要说明的是, 标签矢量  $l_{k,i}$  只是用于滤波过程中的航迹维持和作为判断目标是否消亡的标识, 并不会影响箱粒子集对群目标强度的拟合。

标签箱粒子滤波算法通过给每个箱粒子添加标签的方式, 可以在滤波过程中区分不同的箱粒子, 进而区分不同的群目标, 并形成不同群的航迹。图 4 给出箱粒子滤波与标签箱粒子滤波两种算法的示意图。由于目标身份的识别和航迹的维持仅依靠标签矢量  $l_{k,i}$  的第一维标签变量  $l_{k,i}^{(1)}$  来完成, 因此图 4(b) 中标签箱粒子滤波算法仅标出了  $l_{k,i}^{(1)}$  的值。

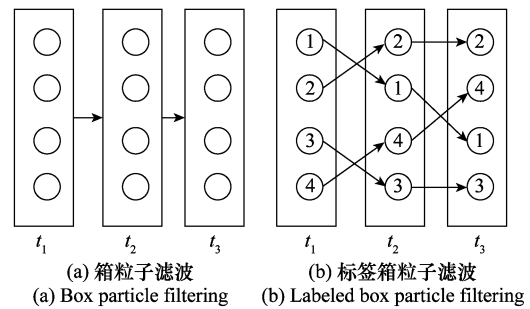


图 4 箱粒子滤波与标签箱粒子滤波

Fig. 4 Box particle filtering and labeled box particle filtering

图 4(a) 表示从  $t_1$  到  $t_2$  再到  $t_3$  3 个时刻采用箱粒子滤波实现 PHD 的结果。可以看出, 3 个时刻均估计出了 4 个群目标的状态, 但由于无法识别每个群目标的身份, 因此无法给出每个群目标的航迹。而标签箱粒子滤波则不然, 从图 4(b) 可以看出, 每个时刻不仅给出了 4 个群目标的状态估计, 还可以通过标签  $l_{k,i}^{(1)}$  的值识别出每个群的身份, 将不同的群区分开来。最后, 将相邻两个时刻标签相同的群目标状态相连接, 即可获得每个群目标的航迹。

## 3 标签箱粒子 PHD 群目标跟踪算法

首先对  $k$  时刻群目标量测集  $Z_k$  进行预处理, 然后给出 LBP-PHD 群目标跟踪算法的具体流程。

### 3.1 量测预处理

量测预处理具体包括剔除杂波量测、量测划分和生成量测包含箱 3 个步骤。

步骤 1 剔除  $Z_k$  中的杂波量测

对量测集  $Z_k$  中的每个量测  $z_k$  进行核密度估计

$$\hat{f}(z_k) = \frac{1}{N_{z,k}} \sum_{i=1}^{N_{z,k}} G(z_k, z_k^i) \quad (6)$$

式中,  $G(z_k, z_k^i)$  表示高斯核函数, 其计算方法为

$$G(z_k, z_k^i) = \frac{1}{(2\pi h^2)^{d/2}} \exp\left\{-\frac{\|z_k - z_k^i\|}{2h^2}\right\} \quad (7)$$

式中,  $d$  表示量测维数;  $h$  表示高斯核函数的带宽。

由于从同一个群目标获得的量测的空间距离较近, 每个目标量测周围也会有许多其他目标量测, 而杂波量测则随机分布在监控区域中, 一般以单个量测的形式独立存在, 这就导致目标量测的核密度估计值较大, 而杂波量测的核密度估计值较小, 甚至为 0。基于这一原理, 设定杂波剔除门限  $\tau$ , 其值取为

$$\tau = \hat{f}_{\min} + \frac{\beta}{N_f}(\hat{f}_{\max} - \hat{f}_{\min}) \quad (8)$$

式中,  $\hat{f}_{\max}$  表示核密度估计最大值;  $\hat{f}_{\min}$  表示核密度估计最小值;  $N_f$  表示将区间  $[\hat{f}_{\min}, \hat{f}_{\max}]$  平均分为  $N_f$  份; 参数  $\beta$  是一个可以调整的正整数。当杂波强度较大时, 可通过增大  $\beta$  的值来调整门限  $\tau$ 。

### 步骤 2 均值漂移量测划分

采用均值漂移算法进行量测划分, 根据步骤 1 中的核密度估计函数可求得最终的均值漂移向量和均值漂移迭代公式分别为

$$a(z_k) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^{N_{z,k}} z_k G(z_k, z_k^i)}{\sum_{i=1}^{N_{z,k}} G(z_k, z_k^i)} - z_k \right] \quad (9)$$

$$z_k = \frac{\sum_{i=1}^{N_{z,k}} z_k G(z_k, z_k^i)}{\sum_{i=1}^{N_{z,k}} G(z_k, z_k^i)} \quad (10)$$

经过式(9)~式(10)迭代运算后, 可获得多个收敛点, 将相似性较大的收敛点合并, 可得最终的量测划分结果。

### 步骤 3 生成量测包含箱

经过均值漂移划分后, 可获得许多不同的量测划分单元, 然后使用包含函数  $[f]$  将各量测划分单元包含成规则的箱粒子, 即

$$[z p_{k,j}] = \{[f] W_{\lambda'}\}, \lambda' = 1, \dots, m \quad (11)$$

式中,  $W_{\lambda'}$  表示第  $\lambda'$  个量测划分单元;  $m$  为量测划分单元总数;  $[z p_{k,j}]$  表示  $k$  时刻形成的第  $j$  个量测包含箱。量测箱粒子的大小代表了各划分单元中群目标产生量测的扩散范围。

## 3.2 LBP-PHD 算法流程

### 3.2.1 标签箱粒子初始化

假设在起始时刻, 观测区域中共有  $N_0$  个群, 它们的质心状态集为  $X_0 = \{x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,N_0}\}$ , 式中,  $x_{0,N_0}$  表示初始时刻第  $N_0$  个群目标的质心状态。每个群采样得到  $N_{\text{box}}$  个箱粒子, 采样自同一个群的箱粒子的第一维标签变量  $l_0^{(1)}$  的值相同, 标签  $l_0^{(1)}$  的值不同的箱粒子将属于不同的群。所有箱粒子的第二维标签变量  $l_0^{(2)}$  的初始值均设置为 0, 则初始化的标签箱粒子集为  $\{[x_{0,i}], \omega_{0,i}, l_{0,i}\}_{i=1}^{N_0 \cdot N_{\text{box}}}, \omega_{0,i}$  和

$l_{0,i}$  分别为初始时刻第  $i$  个箱粒子对应的权重和标签,  $l_{0,i} = (l_{0,i}^{(1)}, l_{0,i}^{(2)}), 1 \leq l_{0,i}^{(1)} \leq N_0, l_{0,i}^{(2)} = 0$ 。

### 3.2.2 新生标签箱粒子的补入

基于“上一时刻量测产生的位置更可能是新生目标产生的区域”这一假设, 在上一时刻生成的量测包含箱的位置补入新的标签箱粒子, 两个标签变量的值统一指派为 0。记在上一时刻每个量测包含箱处补入的标签箱粒子的个数为  $n_1$ , 依据量测包含箱补入的标签箱粒子的总数为  $N_{b,1}$ , 根据量测包含箱的数目, 新生补入的标签箱粒子可分为  $n_1'$  ( $n_1' = N_{b,1}/n_1$ ) 组。仅对补入箱粒子的标签值进行说明, 新生粒子补入方式可参考文献[15]。

在上一时刻目标的估计位置处补入一定量的标签箱粒子, 以进一步增加标签箱粒子的多样性, 防止粒子退化。与在上一时刻量测包含箱位置补入的标签箱粒子不同的是, 依据上一时刻目标估计位置所补入的箱粒子的标签值是确定的, 与目标标签一致。记在上一时刻每个目标估计位置处补入的标签箱粒子的个数为  $n_2$ , 依据目标估计位置补入的标签箱粒子的总数记为  $N_{b,2}$ 。

所有补入的新生标签箱粒子的总数为  $N_b = N_{b,1} + N_{b,2}$ , 其构成的集合为  $\{l_{k-1,i}^{\text{irr}}, \omega_{k-1,i}^{\text{irr}}, [x_{k-1,i}^{\text{irr}}]\}_{i=1}^{N_b}$ 。假定  $k-1$  时刻存活的标签箱粒子集为  $\{l_{k-1,i}^{\text{sur}}, \omega_{k-1,i}^{\text{sur}}, [x_{k-1,i}^{\text{sur}}]\}_{i=1}^{N_p}$ , 则  $k-1$  时刻总的标签箱粒子集可表示为

$$\{[x_{k-1,i}], \omega_{k-1,i}, l_{k-1,i}\}_{i=1}^{N'} = \{l_{k-1,i}^{\text{sur}}, \omega_{k-1,i}^{\text{sur}}, [x_{k-1,i}^{\text{sur}}]\}_{i=1}^{N_p} \cup \{l_{k-1,i}^{\text{irr}}, \omega_{k-1,i}^{\text{irr}}, [x_{k-1,i}^{\text{irr}}]\}_{i=1}^{N_b} \quad (12)$$

式中,  $N' = N_p + N_b$ , 所有箱粒子的标签集表示为

$$L_{k-1} = \{l_{k-1,i}^{\text{sur}}\}_{i=1}^{N_p} \cup \{l_{k-1,i}^{\text{irr}}\}_{i=1}^{N_b} = \{l_{k-1,1}, l_{k-1,2}, \dots, l_{k-1,N'}\} \quad (13)$$

### 3.2.3 状态预测

预测的标签箱粒子及其权重和对应的标签计算方法为

$$[x_{k|k-1,i}] = [f]([x_{k-1,i}]), i = 1, 2, \dots, N' \quad (14)$$

$$\omega_{k|k-1,i} = P_s([x_{k-1,i}]) \omega_{k-1,i}, i = 1, 2, \dots, N' \quad (15)$$

$$l_{k|k-1,i} = l_{k-1,i}, i = 1, 2, \dots, N' \quad (16)$$

式中,  $P_s([x_{k-1,i}])$  表示群目标的存活概率。每个箱粒子的标签值在预测步中不发生变化, 则预测后的箱粒子的标签集表示为

$$L_{k|k-1} = \{l_{k|k-1,1}, l_{k|k-1,2}, \dots, l_{k|k-1,N'}\} \quad (17)$$

### 3.2.4 量测更新

记  $k$  时刻形成的量测包含箱的个数为  $M_k$ , 则更新后的箱粒子的权重和标签计算公式为

$$\omega_{k,i} = \left[ (1 - P_d([x_{k|k-1,i}])) + \sum_{j=1}^{M_k} \frac{g_k([z p_{k,j}] | [x_{k|k-1,i}]) P_d([x_{k|k-1,i}])}{\lambda_{k|k-1}([z p_{k,j}])} \right] \cdot \omega_{k|k-1,i} \quad (18)$$

$$g_k([z p_{k,j}] | [x_{k|k-1,i}]) = \frac{|[h_{cp}]([x_{k|k-1,i}], [z p_{k,j}])|}{|[x_{k|k-1,i}]|} \quad (19)$$

$$\lambda_{k|k-1}([\mathbf{z}p_{k,j}]) = \lambda c([\mathbf{z}p_{k,j}]) + \sum_{i=1}^{N'} g_k([\mathbf{z}p_{k,j}] | [\mathbf{x}_{k|k-1,i}]) P_d([\mathbf{x}_{k|k-1,i}]) \omega_{k|k-1,i} \quad (20)$$

$$l_{k,i} = l_{k|k-1,i} \quad (21)$$

式中,  $P_d([\mathbf{x}_{k|k-1,i}])$  表示群目标的检测概率。杂波均匀地分布在监控区域中, 其数目服从参数为  $\lambda$  的泊松分布。 $g_k([\mathbf{z}p_{k,j}] | [\mathbf{x}_{k|k-1,i}])$  表示量测似然函数, 它通过计算箱粒子重叠面积比进行求解,  $h_{cp}$  表示约束传播算法<sup>[19]</sup>。各箱粒子的标签值在更新步中不发生变化, 更新后的箱粒子的标签集表示为

$$\mathbf{L}_k = \{l_{k,1}, l_{k,2}, \dots, l_{k,N'}\} \quad (22)$$

### 3.2.5 标签箱粒子收缩

为去除预测标签箱粒子中的冗余信息, 需对箱粒子进行收缩。首先选出对预测标签箱粒子权值贡献最大的量测箱, 即

$$[\mathbf{z}p] = \arg \max_{\omega_{j,i}} \{[\mathbf{z}p_{k,j}], \omega_{j,i} > 0, j = 1, 2, \dots, M_k\} \quad (23)$$

$$\omega_{j,i} = \frac{g_k([\mathbf{z}p_{k,j}] | [\mathbf{x}_{k|k-1,i}]) P_d([\mathbf{x}_{k|k-1,i}])}{\lambda_{k|k-1}([\mathbf{z}p_{k,j}])} \quad (24)$$

若搜索不到这样的量测箱, 则此预测标签箱粒子不必收缩, 否则, 根据此量测箱  $[\mathbf{z}p]$  对预测标签箱粒子进行收缩

$$[\mathbf{x}_{k,i}] = [h_{cp}]([\mathbf{x}_{k|k-1,i}], [\mathbf{z}p]) \quad (25)$$

采用重叠面积的方法对标签箱粒子进行收缩, 即采用预测标签箱粒子和量测箱  $[\mathbf{z}p]$  的重叠面积作为最终的收缩结果, 即

$$[h_{cp}]([\mathbf{x}_{k|k-1,i}], [\mathbf{z}p]) = [\mathbf{x}_{k|k-1,i}] \cap [\mathbf{z}p] \quad (26)$$

各箱粒子的标签值在收缩过程中不发生改变, 收缩后的箱粒子的标签集仍为

$$\mathbf{L}_k = \{l_{k,1}, l_{k,2}, \dots, l_{k,N'}\} \quad (27)$$

### 3.2.6 群目标数估计

记  $k$  时刻总的群目标数的估计值为  $\hat{N}_k$ , 则可求

$$\hat{N}_k = \sum_{i=1}^{N'} \omega_{k,i} \quad (28)$$

### 3.2.7 标签更新

标签更新过程主要包括两部分内容: 一是对可能消亡的群目标与存活群目标标签值的更新, 二是对新生群目标标签值的更新。

#### ① 可能消亡的群目标与存活群目标的标签更新

依据标签集  $\mathbf{L}_k$ , 对其中所有标签值  $l_{k,i}^{(1)}$  相同且  $l_{k,i}^{(1)} > 0$  的  $J$  个箱粒子的权值求和, 即为单个群的目标数估计, 表示为  $\hat{N}_k^m$ , 则

$$\hat{N}_k^m = \sum_{j=1}^J \omega_{k,j}, m = 1, 2, \dots, \hat{N}_{k-1} \quad (29)$$

式中,  $m$  为上一时刻的群目标数估计值。此处设置两个门限, 群目标状态提取门限  $\chi' = 0.5$  和群目标连续未被检测到的次数门限  $\chi = 3$ 。

当  $\hat{N}_k^m < \chi'$  时, 认为第  $m$  个群在当前时刻未被检测到, 可能消亡或漏检。此时, 将该群目标对应的所有标签箱粒

子的标签  $l_{k,i}^{(2)}$  的值增加 1, 然后与门限  $\chi$  进行比较。如果标签  $l_{k,i}^{(2)}$  的值大于  $\chi$ , 表示该群已经连续多个时刻未被检测到, 则认为该群消亡。此时将该群对应的所有标签箱粒子的两个标签值全部归零。如果标签  $l_{k,i}^{(2)}$  的值小于  $\chi$ , 暂时将该群处理为漏检, 其对应的所有标签箱粒子的两个标签值均保持不变。

当  $\hat{N}_k^m \geq \chi'$  时, 表明第  $m$  个群在当前时刻被检测到, 该群存活, 此时该群对应的所有标签箱粒子的第一维标签变量  $l_{k,i}^{(1)}$  的值保持不变, 第二维标签变量  $l_{k,i}^{(2)}$  的值归零。

#### ② 新生群目标的检测与标签更新

对第 3.2.2 节中标签的  $l_{k,i}^{(1)}$  值为 0 的  $n'_1$  组新生标签箱粒子, 求各组对应的权值和, 搜索其中大于阈值  $\chi'$  的箱粒子组, 这些箱粒子组即为检测到新生群目标的箱粒子组, 其个数记为  $N_{\text{new}}$ , 该值即表示新生群目标的个数。那么, 这些箱粒子组对应的标签  $l_{k,i}^{(1)}$  的值应分别更新为  $(l_{\text{max}}^{(1)} + 1), \dots, (l_{\text{max}}^{(1)} + N_{\text{new}})$ , 式中,  $l_{\text{max}}^{(1)}$  为所有  $l_{k,i}^{(1)}$  中出现过的最大标签值。对应的标签  $l_{k,i}^{(2)}$  的值仍为 0, 保持不变。

标签更新过程中, 各箱粒子的状态和权值均不发生变化, 更新后的标签集表示为

$$\mathbf{L}'_k = \{l'_{k,1}, l'_{k,2}, \dots, l'_{k,N'}\} \quad (30)$$

### 3.2.8 群目标状态估计

根据第 3.2.1 节中“采样自同一个群的箱粒子的第一维标签变量  $l_0^{(1)}$  的值相同”这一假设, 按照第一维标签变量  $l_{k,i}^{(1)}$  的值进行群目标状态的提取。第  $j$  个群目标权重之和为

$$W'_j = \sum_{i=1}^{N_j} \omega_{k,i} \quad (31)$$

式中,  $N_j$  表示所有标签  $l'_{k,i}^{(1)} = j$  的箱粒子的个数。

若  $W_j$  大于状态提取门限  $\chi'$ , 则按式(32)提取第  $j$  个群目标的状态。

$$\hat{\mathbf{x}}_j = \frac{1}{W_j} \sum_{i=1}^{N_j} \text{mid}([\mathbf{x}_{k,i}]) \cdot \omega_{k,i} \quad (32)$$

若  $W_j < \chi'$ , 表示该群未被检测到, 可能漏检或消亡, 不提取状态。

通过式(32)可估计出第  $j$  个群质心的状态, 同理可得  $k$  时刻其他所有群质心的状态。标签变量  $l'_{k,i}^{(1)}$  的值不同, 对应的群就不同, 据此便可区分开不同的群目标, 进而形成不同群的航迹。

另外, 所提算法依据标签对群状态进行提取而不必再使用  $k$ -means 聚类, 避免了由于聚类不稳定带来的不良影响。

### 3.2.9 标签箱粒子重采样

标签更新后的箱粒子集  $\{[\mathbf{x}_{k,i}], \omega_{k,i}, l'_{k,i}\}_{i=1}^{N'}$  中, 第一维标签变量  $l'_{k,i}^{(1)}$  的值为 0 的箱粒子由两部分组成, 一部分是消亡群目标对应的箱粒子, 另一部分是没有检测到新生群目标的补入的新生箱粒子, 这两部分标签箱粒子在重采样步直接舍弃, 不进行重采样操作。

对于标签  $l'_{k,i}^{(1)} = j$ , 且  $j \neq 0$  的箱粒子, 采用与文献[15]相同的重采样策略, 可得标签  $l'_{k,i}^{(1)} = j$  的群对应的重采样后

箱粒子集为  $\{[x_{k,i}], \tau\omega_{k,i} = 1/N_{\text{box}}, l'_{k,i}\}_{i=1}^{N_{\text{box}}}$ , 同理可得标签  $l'_{k,i}$  的值为其他取值的群目标的重采样箱粒子集。需要指出的是, 在对每个群进行重采样的过程中, 各标签箱粒子的两个标签值均不发生变化。另外, 重采样步骤解决了标签箱粒子的多样性问题, 但并未解决由于箱粒子收缩带来的面积退化问题。为此, 在重采样后, 将各标签箱粒子扩张回原来的大小并在箱粒子中心处增加一个人为的扰动以增大箱粒子的覆盖面积。最终获得的标签箱粒子集表示为

$$\{[x_{k,i}], \tau\omega_{k,i} = 1/N_{\text{box}}, l'_{k,i}\}_{i=1}^{N_k \cdot N_{\text{box}}}$$

### 4 仿真实验与分析

为验证本文所提 LBP-PHD 群目标跟踪算法的性能, 设计了两个仿真场景实验。仿真实验 1 将所提算法与传统的 BP-PHD 群目标跟踪算法和基于均值漂移划分的 BP-PHD (mean shift BP-PHD, MS-BP-PHD) 群目标跟踪算法进行比较, 用于验证算法在群目标航迹维持、状态提取以及运算量等方面的性能。仿真实验 2 用于验证漏检环境下所提双标签模型在群目标航迹关联方面的性能。需要说明的是, 仿真实验 1 中用于对比的 MS-BP-PHD 算法是在使用第 3.1 节所提量测预处理方法对量测集进行预处理后, 再采用传统的 BP-PHD 群目标跟踪算法对群目标进行滤波而得到的改进算法。

#### 4.1 仿真实验 1

在二维平面上, 设置一个大小为  $[-1\ 000, 1\ 000]\text{m} \times [-1\ 000, 1\ 000]\text{m}$  的监控区域, 考察多群目标。场景中先后共出现 6 个群, 观测时长为 50 个时刻, 伴随有群目标的新生和消亡, 以及群目标的分裂与合并。在初始时刻, 监控区域中共有群 1 和群 2 两个群。群 1 质心的初始状态为  $x_1 = [-800, 40, 600, -40]^T$ , 存活时间为 1~30 时刻; 群 2 质心的初始状态为  $x_2 = [-740, 50, -30, 30]^T$ , 在第 10 个时刻合并进群 1, 与群 1 一起运动; 群 3 出现在第 15 时刻, 消亡在第 45 时刻, 其质心的初始运动状态为  $x_3 = [-400, 40, -800, 40]^T$ ; 在第 25 个时刻, 群 4 从群 3 中分裂出来, 其质心的初始运动状态为  $x_4 = [\sim, 50, \sim, 10]^T$ ,  $\sim$  表示群 3 在第 25 时刻的运动位置; 群 5 和群 6 的存活时间分别为 20~50 时刻和 15~35 时刻, 其初始运动状态分别为  $x_5 = [400, -30, -800, 30]^T$  和  $x_6 = [550, -50, 700, -40]^T$ 。

群目标的状态方程和量测方程分别如式(1)和式(2)所示。本实验中, 将群目标运动模型建模为匀转弯速率(constant turn rate, CT)模型, 实验参数设置为

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega \times T)}{\omega} & 0 & \frac{\cos(\omega \times T) - 1}{\omega} \\ 0 & \cos(\omega \times T) & 0 & -\sin(\omega \times T) \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega \times T)}{\omega} & 1 & \frac{\sin(\omega \times T)}{\omega} \\ 0 & \sin(\omega \times T) & 0 & \cos(\omega \times T) \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix}^T, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

式中, 角速度  $\omega = 3 \text{ rad/s}$ ; 采样时间间隔  $T = 1 \text{ s}$ ; 过程噪声  $w_k$  的标准差为  $\sigma_x = \sigma_y = 0.1 \text{ m}$ ; 量测噪声  $v_k$  的标准差  $\tilde{\sigma}_x = \tilde{\sigma}_y = 2.5 \text{ m}$ ; 目标的存活概率  $P_s = 0.99$ ; 杂波平均数  $r = 10$ , 其个数服从泊松分布; 检测概率  $P_d = 1$ 。

采用最优次模式分配(optimal sub-pattern assignment, OSPA)距离<sup>[20]</sup>作为滤波性能的评价指标, 其参数设置为  $p = 2, c = 500$ 。每个群产生的量测均匀分布在群质心周围, 其数目服从以 15 为基的泊松分布。在滤波过程中, 每个群采样  $N_{\text{box}} = 30$  个箱粒子, 其区间长度取为  $\Delta = [24, 24]$ , 在上一时刻生成的量测包含箱的位置补入  $n_1 = 6$  个新生标签箱粒子, 在上一时刻每个目标估计位置处补入  $n_2 = 1$  个新生标签箱粒子。

单次蒙特卡罗仿真结果如图 5 所示, 图 5 中实线表示群质心的真实轨迹。从图 5(a)中可以看出, 两种算法的估计结果都只有一种符号, 无法区分不同的群目标, 不能形成群目标的航迹。图 5(b)中给出了本文所提 LBP-PHD 群目标跟踪算法的跟踪结果, 可以看到不同群目标的估计结果以不同的符号(标签)显示出来, 可以将不同群目标区分开来, 自动形成不同群目标质心的航迹, 获得了良好的估计效果。

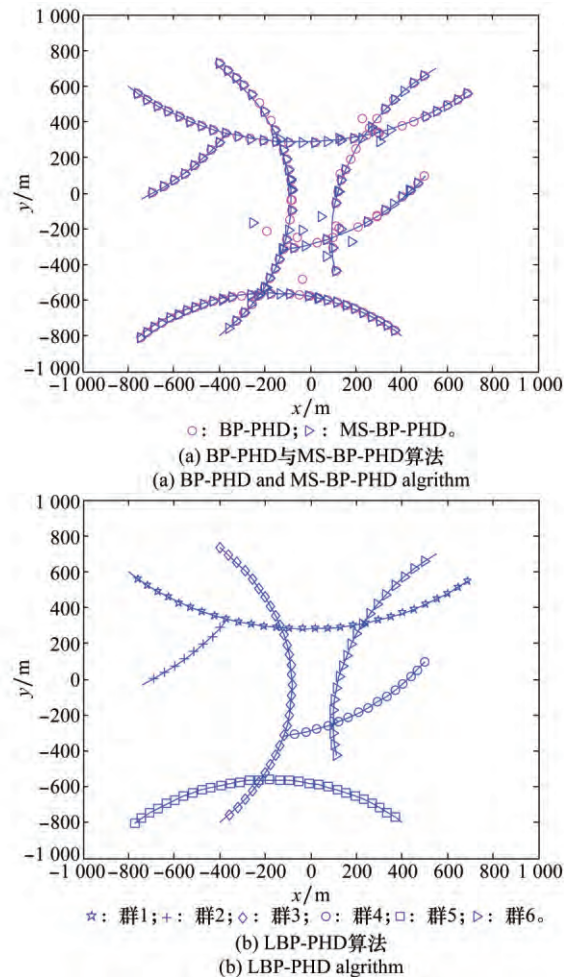


图 5 单次蒙特卡罗仿真结果

Fig. 5 Single Monte Carlo simulation result

100 次蒙特卡罗仿真后, 3 种算法的群目标数估计结果与平均 OSPA 距离分析分别如图 6 与图 7 所示。

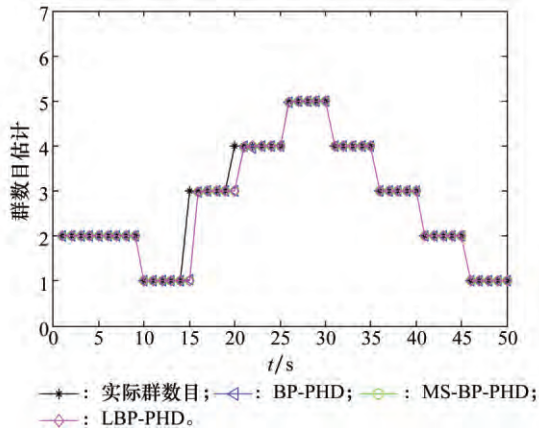


图 6 群目标数估计结果

Fig. 6 Group target number estimation

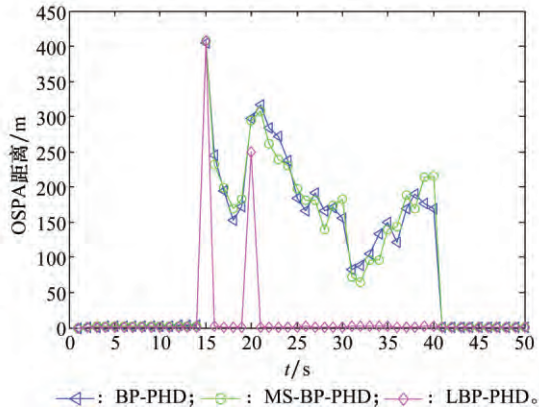


图 7 OSPA 距离分析

Fig. 7 OSPA distance analysis

从图 6 可以看出, 3 种算法对群目标数估计都非常准确, 只是在群目标新生时刻群数目的估计会有一个时刻的延迟, 这是由于新生群目标主要依靠在上一时刻形成的量测包含箱的位置补入的新生箱粒子来检测的, 在上一时刻并不能确定量测源自于目标还是杂波。从图 7 可以看出, 当群目标数较少时, 3 种算法估计性能相似, 而在群目标数较多的情况下, 本文所提 LBP-PHD 群目标跟踪算法估计性能远好于其他两种算法。这是因为传统的 BP-PHD 群目标跟踪算法和改进的 MS-BP-PHD 群目标跟踪算法在进行群目标状态提取时均需采用  $k$ -means 聚类, 当群目标数较少时,  $k$ -means 算法可获得较好的聚类效果, 因此 3 种算法获得了相似的估计性能。但在群目标数较多的情况下,  $k$ -means 聚类极易陷入局部最优解, 使得群目标状态提取不稳定, 导致两种算法的 OSPA 距离很大, 估计性能严重下降, 这一点也可从图 5 中看出。图 5(a) 中, BP-PHD 和 MS-BP-PHD 两种算法所提取的群质心状态较为混乱, 估

计效果明显弱于图 5(b) 中的 LBP-PHD 群目标跟踪算法。

3 种算法的平均运行时间如表 1 所示。

表 1 3 种算法平均运行时间对比

Table 1 Comparison of average run time among three algorithms

算法	BP-PHD	MS-BP-PHD	LBP-PHD
运行时间/s	54.0349	26.7104	29.5960

从表 1 可以看出, 传统的 BP-PHD 群目标跟踪算法运算时间最长, 而改进后的 MS-BP-PHD 群目标跟踪算法的运算量约降低了一半。由于 MS-BP-PHD 算法在对群目标进行量测划分前剔除了杂波量测, 使得量测更新步运算量大幅下降, 算法整体的运行时间也大幅减少。在杂波强度较大的情况下, MS-BP-PHD 算法相对于传统 BP-PHD 群目标跟踪算法运算量上的优势将更加明显。本文所提 LBP-PHD 群目标跟踪算法即是在改进后的 MS-BP-PHD 算法的基础上, 通过给箱粒子添加标签的方式, 进一步提升算法的估计性能并维持群目标的航迹。从仿真结果可以看出, LBP-PHD 算法相比 MS-BP-PHD 算法, 以极少的时间代价换取了算法性能的巨大提升。与现有的传统 BP-PHD 群目标跟踪算法相比, 所提 LBP-PHD 群目标跟踪算法既大幅减少了运算量, 又获得了群目标质心的航迹, 还解决了其在群数目较多时状态提取不稳定的问题。

#### 4.2 仿真实验 2

本实验主要考察漏检环境下所提双标签模型在群目标航迹关联方面的性能。将本文所提算法表示为 LBP-PHD-double, 其标签是一个是矢量, 第一维标签用于区分不同群目标, 第二维标签用于判断消亡目标。将剔除第二维标签后的算法表示为 LBP-PHD-single, 它的标签是一个标量, 即每个箱粒子仅拥有一个用于区分不同群目标的标签。

仿真场景的大小与实验 1 相同, 其中共出现两个群, 各运动 50 个时刻, 初始状态分别为  $[-900, 35, 900, -35]^T$  和  $[900, -30, 900, -35]^T$ 。群目标的状态方程和量测方程也为式(1)和式(2)。本实验中将群目标运动模型建模为常速 (constant velocity, CV) 模型, 其状态转移矩阵和量测矩阵分别为

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

群目标检测概率  $P_d=0.98$ 。依据上一时刻量测包含箱的位置补入的新生标签箱粒子个数为  $n_1=2$ 。其他实验参数的设置与实验 1 相同。单次蒙特卡罗仿真结果如图 8 所示。

从图 8 中可以看出, 当存在漏检情况时, LBP-PHD-single 算法会出现航迹关联错误, 它将漏检后的群目标处理为新生群目标, 重新进行航迹起始, 形成不同的航迹。图 8(a) 中共出现 4 种符号, 表示监控区域中先后出现了 4 个不同的

群。这是因为 LBP-PHD-single 算法仅有一个标签用于区分不同目标,当未检测到目标时,认为目标消亡,不再进行状态提取和重采样操作。而本文所提算法在漏检环境下可以形成群目标稳定而又持续的航迹,如图 8(b)所示。由于本文所提 LBP-PHD-double 群目标跟踪算法是一种双标签模型,对每个箱粒子的标签进行了扩维,增加了第二维标签变量,用于判断目标消亡。它的引入保证了某个群目标只有在连续多个时刻未被检测到时才将之处理为消亡目标,更符合实际情况。

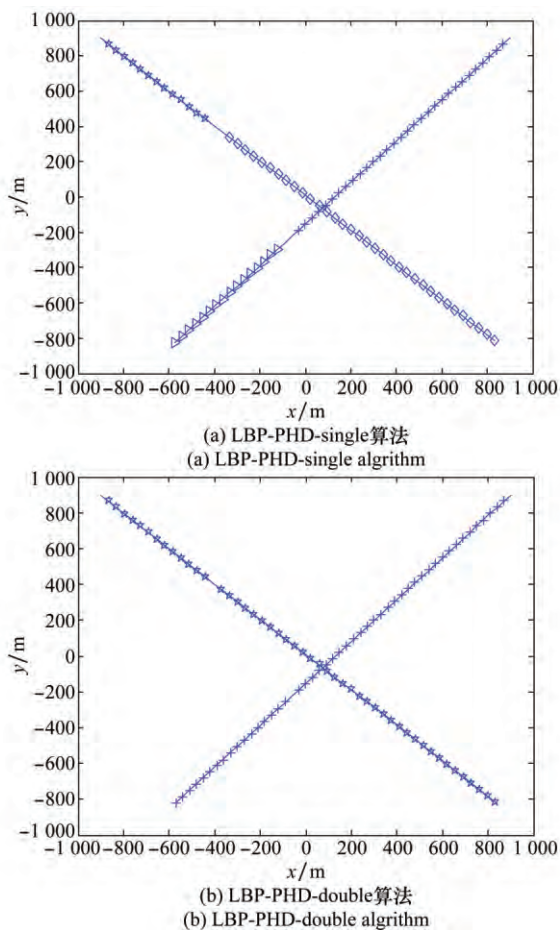


图 8 单次蒙特卡罗仿真结果  
Fig. 8 Single Monte Carlo simulation result

图 9 和图 10 分别展示了该次蒙特卡罗仿真对应的群数目估计结果和 OSPA 距离分析。LBP-PHD-single 算法由于在群目标漏检后将群目标处理为新生群目标,因此在群数目的估计上又会出现一个时刻的延迟,对应 OSPA 距离也会产生一个峰值。而本文所提 LBP-PHD-double 算法在遇到漏检情况后,依据第二维标签变量的变化,将群目标处理为漏检而非消亡,在下一时刻重新检测到群目标后,可继续维持群目标原有的航迹而不必重新进行航迹起始,因此在漏检环境下可获得更准确的群数目估计并形成群目标稳定持续的航迹。

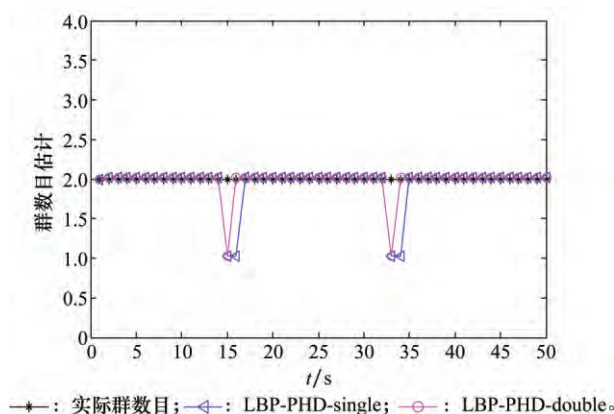


图 9 群目标数估计  
Fig. 9 Group target number estimation

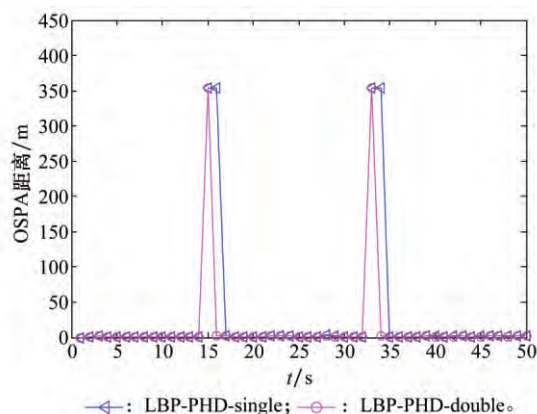


图 10 OSPA 距离分析  
Fig. 10 OSPA distance analysis

### 5 结 论

针对传统 BP-PHD 群目标跟踪算法存在的主要问题,如计算量大、群目标数较多时状态提取严重依赖于聚类稳定性且无法区分不同的群目标以及不能获得不同群的航迹等问题,提出 LBP-PHD 群目标跟踪算法。该算法通过预先剔除杂波测量,有效降低了传统 BP-PHD 群目标跟踪算法的运算量,并通过给每个箱粒子添加标签矢量实现了不同的群目标的分辨,可在漏检和杂波环境下获得群目标状态的准确估计,同时给出不同群质心稳定的航迹信息。仿真实验验证了所提算法具有良好的估计效果,对于提高群目标跟踪算法性能和管理群目标航迹具有重要的理论意义和应用价值。

### 参考文献:

[1] MIHAYLOVA L, CARMİ A Y, SEPTIER F. Overview of Bayesian sequential Monte Carlo methods for group and extended object tracking[J]. Digital Signal Processing, 2014, 25(1): 1-16.  
[2] KOCH J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices[J]. IEEE Trans. on Aerospace



- and Electronic Systems, 2008, 44(3): 1042-1059.
- [3] CLARK D, GODSILL S. Group target tracking with the Gaussian mixture probability hypothesis density filter[C]// Proc. of the 3rd International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information, 2007: 149-154.
- [4] GNING A, MIHAYLOVA L, MASKELL S, et al. Group object structure and state estimation with evolving networks and Monte Carlo methods[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2011, 59(4): 1383-1395.
- [5] 李振兴, 刘进忙, 李松, 等. 基于箱式粒子滤波的群目标跟踪算法[J]. 自动化学报, 2015, 41(4): 785-798.  
LI Z X, LIU J M, LI S, et al. Group targets tracking algorithm based on box particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(4): 785-798.
- [6] ABDALLAH F, GNING A, BONNIFAIT P. Box particle filtering for nonlinear state estimation using interval analysis[J]. Automatica, 2008, 44(3): 807-815.
- [7] ZHU S J, LIU W F, WEN C L, et al. Multiple group targets tracking using the generalized labeled multi-Bernoulli filter[C]// Proc. of the 35th Chinese Control Conference, 2016: 4871-4876.
- [8] VO B T, VO B N. Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2013, 61(13): 3460-3475.
- [9] VO B N, VO B T, PHUNG D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2014, 62(24): 6554-6567.
- [10] 宋骊平, 刘宇航, 程轩. 箱粒子 PHD 演化网络群目标跟踪算法[J]. 控制与决策, 2018, 33(1): 74-80.  
SONG L P, LIU Y H, CHENG X. Box-particle evolution network PHD filter for group targets tracking[J]. Control and Decision, 2018, 33(1): 74-80.
- [11] XUAN C, LIPING S, ZHIBIN Z. Multiple group target tracking with evolving networks and labeled box particle PHD filter[C]// Proc. of the 30th Chinese Control and Decision Conference, 2018: 4046-4051.
- [12] 连峰, 韩崇昭, 刘伟峰, 等. 基于 SMC-PHDF 的部分可分辨的群目标跟踪算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(5): 732-741.  
LIAN F, HAN C Z, LIU W F, et al. Tracking partly resolvable group targets using SMC-PHDF[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(5): 732-741.
- [13] 张慧, 徐晖, 王雪莹, 等. 一种基于椭圆随机超曲面模型的高斯混合 PHD 滤波器[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 6-15.  
ZHANG H, XU H, WANG X Y, et al. A Gaussian mixture PHD filter for group targets tracking based on ellipse random hypersurface models[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 6-15.
- [14] BAUM M, NOACK B, HANEBECK U D. Extended object and group tracking with elliptic random hypersurface models[C]// Proc. of the 13th Conference on Information Fusion, 2010: 1-8.
- [15] 宋骊平, 严超, 姬红兵, 等. 基于箱粒子的多扩展目标 PHD 滤波[J]. 控制与决策, 2015, 30(10): 1759-1765.  
SONG L P, YAN C, JI H B, et al. PHD filter for tracking multiple extended targets using box particle[J]. Control and Decision, 2015, 30(10): 1759-1765.
- [16] 朱书军. 基于随机有限集的可分辨群目标跟踪算法研究[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2017: 29-30.  
ZHU S J. Multiple resolvable groups tracking by using random finite set[D]. Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2017: 29-30.
- [17] YONGQUAN Z, HONGBING J, QI H. A box-particle implementation of standard PHD filter for extended target tracking[J]. Information Fusion, 2017, 34(1): 55-69.
- [18] ALLAN D F, LYUDMILA M, AMADOU G, et al. Autonomous crowds tracking with box particle filtering and convolution particle filtering[J]. Automatica, 2016, 69(1): 380-394.
- [19] SCHIKORA M, AMADOU G, MIHAYLOVA L, et al. Box-particle probability hypothesis density filtering[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(3): 1660-1672.
- [20] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.

## 作者简介:

程 轩(1991-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为目标跟踪。

E-mail: chengxuanxd@163.com

宋骊平(1975-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为目标定位与跟踪、非线性滤波、信号处理。

E-mail: lpsong@xidian.edu.cn

姬红兵(1963-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为光电信息处理、微弱信号检测与识别、医学影像处理。

E-mail: hbji@xidian.edu.cn

邹志彬(1994-), 男, 硕士, 主要研究方向为目标跟踪。

E-mail: zbzou@stu.xidian.edu.cn